

Практическая работа № 5

Задание 1.

Вычислить неопределенный интеграл из таблицы по вариантам.

1	$\int \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$	2	$\int \frac{1}{\cos x(1 - \cos x)} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x - \sin x} dx$
3	$\int \frac{1}{\sin^2 x(1 - \cos x)} dx$ $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$	4	$\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$ $\int \frac{\cos x}{(1 + \cos x + \sin x)^2} dx$
5	$\int \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx$ $\int \frac{\cos x}{(1 + \cos x)^2} dx$	6	$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x - \cos x} dx$ $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$
7	$\int \frac{1}{\sin x(1 - \sin x)} dx$ $\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$	8	$\int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx$ $\int \frac{1}{\sin^2 x(1 - \cos x)} dx$
9	$\int \frac{\cos x}{5 + 4 \cos x} dx$ $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$	10	$\int \frac{\cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx$ $\int \frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2} dx$

Задание 2.

Вычислить определенный интеграл из таблицы по вариантам.

1	$\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ $\int_0^{\frac{\sqrt{7}}{3}} x^3 \sqrt{7 + x^2} dx$	2	$\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$ $\int_2^4 \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x^4} dx$
---	--------------------------------------------------------------------------------------	---	---------------------------------------------------------------------------------------------

3	$\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$	4	$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ $\int_0^3 x^4 \sqrt{9-x^2} dx$
5	$\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}$ $\int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx$	6	$\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$
7	$\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$	8	$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$ $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$
9	$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$	10	$\int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx$ $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

Задание 3.

Найдите интегралы указанных функций по вариантам.

1. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 15$.
2. $f(x) = -x^3 - 12x^2 - 45x + 51$.
3. $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
4. $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 21$.
5. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.
6. $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 1$.
7. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$.
8. $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 15$.
9. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 45$.
10. $f(x) = -x^3 + 3x - 7$.

Задание 4.

Осуществить символьное вычисление интеграла

$$\int_{-a}^b x^3 dx; \quad \int_0^{\infty} \exp(-x^2) dx;$$

$$\int_0^d \frac{x+a}{x^2+b} dx; \quad \int_{-a}^a x \cdot \exp(-x) dx.$$

Задание 5.

Найти $\frac{df(x)}{dx}$ и $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$. Найти $f'(a)$.

	$f(x)$	a		$f(x)$	a
1	$3\sqrt[3]{(x+4)^2} - 2x - 8$	1	2	$\sqrt[3]{(x+4) \cdot x}$	3
	$1 - \sqrt[3]{(x-2)^2} - 1$	6		$3\sqrt[3]{(x-2)^2} - 2x + 4$	3
3	$1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$	2	4	$\frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{(x-1)^2 + 8}$	2
	$9\sqrt[3]{(x+1)^2} - 6x - 6$	0		$2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$	0
5	$12\sqrt[3]{(x+2)^2} - 8x - 16$	3	6	$3\sqrt[3]{(x-1) \cdot x}$	7
	$8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x+4)^2}$	7		$2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$	0
7	$\frac{12\sqrt[3]{6(x-2)^2}}{x^2 + 8}$	1	8	$2x - 2 - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$	0
	$1 - \sqrt[3]{(x-2)^2} - 1$	6		$\sqrt[3]{(x+4) \cdot x}$	3
9	$8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x+4)^2}$	7	10	$3\sqrt[3]{(x-2)^2} - 2x + 4$	3
	$3\sqrt[3]{(x+4)^2} - 2x - 8$	1		$3\sqrt[3]{(x-1) \cdot x}$	7

Задание 6.

Надо найти производные.

1. а) $f(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2x^4} - \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 7$; б) $f(x) = \frac{e^x - \sin x}{\cos x + \sqrt{x}}$;

в) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + \ln x}$.

2. а) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3x^9} + \frac{5}{\sqrt[5]{x^3}} - 6$; б) $f(x) = (1 - x^2)(\operatorname{tg} x + 3^x)$;

в) $f(x) = e^{\sin 5x - 3}$.

3. а) $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - \frac{1}{6x^6} + \frac{7}{\sqrt[7]{x^3}} + 2$; б) $f(x) = \frac{\ln x - \operatorname{tg} x}{7^x - 5}$;

в) $f(x) = \sqrt{x^5 + \sin 5x}$.

4. а) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{7x^7} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 1$; б) $f(x) = \frac{5^x - \ln x}{\cos x - 3}$;

в) $f(x) = \arcsin(5x^3 + 1)$.

5. а) $f(x) = 4x^5 - \frac{7}{4x^4} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 2$; б) $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{3^x - \ln x}$;

в) $f(x) = \cos(2x^2 + 3)$.

6. а) $f(x) = 2x^5 + \frac{4}{5x^5} - \frac{2}{\sqrt{x}} + 3$; б) $f(x) = (x^2 - 3)(\sin x + 5^x)$;

в) $f(x) = e^{\sin 7x + 3}$.

7. а) $f(x) = 6x^5 - \frac{5}{3x^3} + \frac{6}{\sqrt[4]{x^3}} + 2$; б) $f(x) = \frac{3^x + \cos x}{\ln x - \sqrt{x}}$;

в) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + 1}$.

8. а) $f(x) = 3x^4 - \frac{5}{6x^6} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$; б) $f(x) = (e^x + \operatorname{tg} x)(\ln x - 2)$;

в) $f(x) = \operatorname{tg}(3^x - 5)$.

$$9. a) f(x) = 5x^3 - \frac{3}{4x^4} - 7\sqrt[5]{x^3} - 2; \quad б) f(x) = \frac{6^x - \cos x}{\operatorname{tg} x + \sqrt{x^3}};$$

$$в) f(x) = e^{2x} + 3x \cdot \operatorname{tg} 2x.$$

$$10. a) f(x) = 4x^5 - \frac{3}{x^3} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} - 1; \quad б) f(x) = (\ln x + \operatorname{tg} x)(\sqrt{x} - e^x);$$

$$в) f(x) = (\operatorname{tg} 3x)^5.$$

Задание 7.

Найти вторую производную.

1	$y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$	2	$y = x^2 \cos \frac{1}{x};$
3	$y = \sin^2 x + 1;$	4	$y = \ln \frac{10-x}{x+2};$
5	$y = \operatorname{tg} \sin x;$	6	$y = \ln \frac{10-x}{x+2};$
7	$y = \sin^2 x + 1;$	8	$y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$
9	$y = x^2 \cos \frac{1}{x};$	10	$y = (x^4 - x^2 + 1)^3.$

Задание 8.

Вычислить значения производных заданных функций в указанных точках.

1	$f(x) = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{2x}{x+1}; x = 1;$	2	$f(x) = 5(x+1)^2\sqrt[5]{x-1}; x = 2;$
3	$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}; x = \frac{\pi}{2};$	4	$f(x) = 2^{x-2x^2-1}; x = 0;$
5	$f(x) = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2-2^{2x}}}; x = 0;$	6	$f(x) = x - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x^3}; x = -1;$

7	$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 2}; x = 2;$	8	$f(x) = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2 - 2^{2x}}}; x = 0;$
9	$f(x) = 2^{x-2x^2-1}; x = 0;$	10	$f(x) = \frac{1}{2} \sin x \operatorname{tg} 2x; x = \frac{\pi}{2}.$